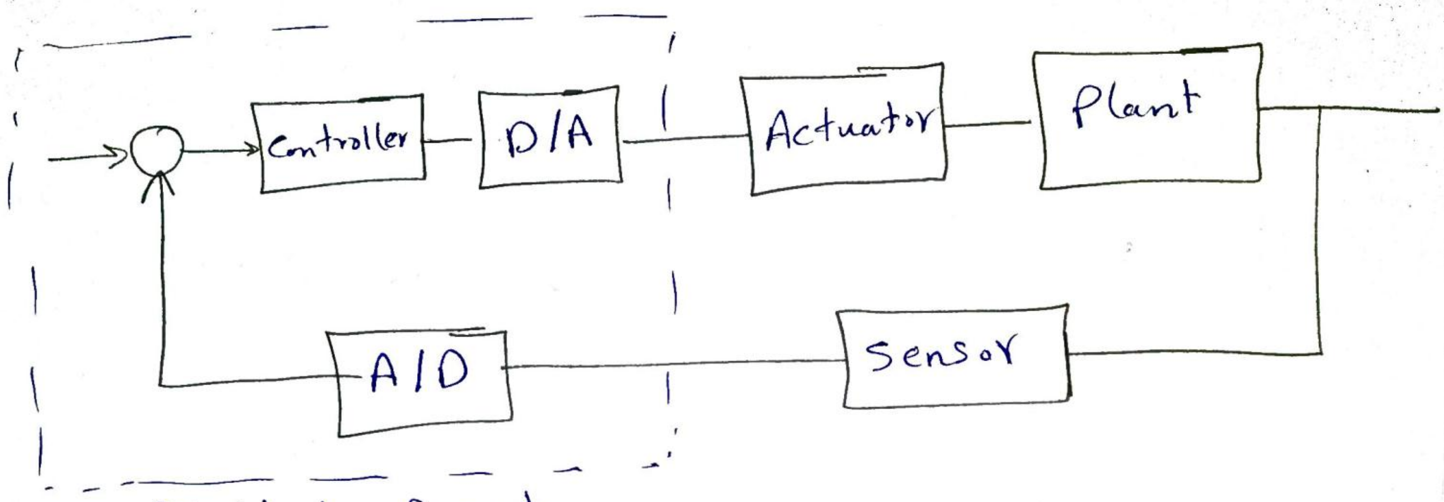
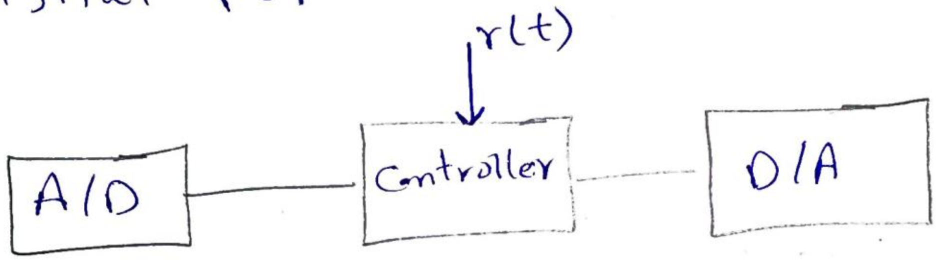
# Digital Control




Digital Part



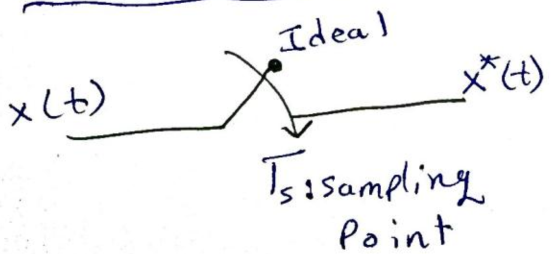

Controller → PLC
→ microcontroller

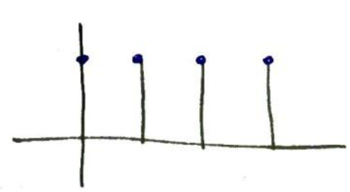
## Sampling & Reconstruction

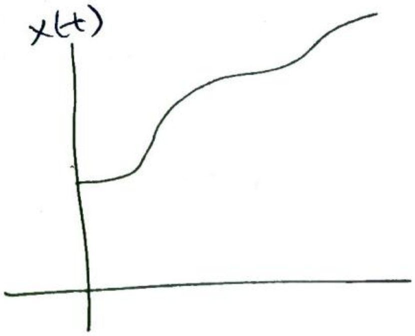
ـ لما تعمل (Sampling) للـ (Signal) بيكون فيه تأثير عليها

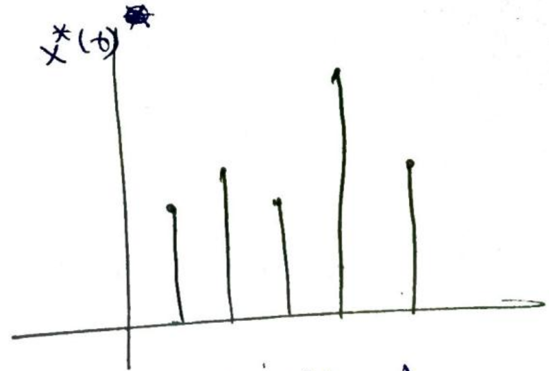
ولو عايز ترجعها من تاني (Reconstruction)

### ① Sampling

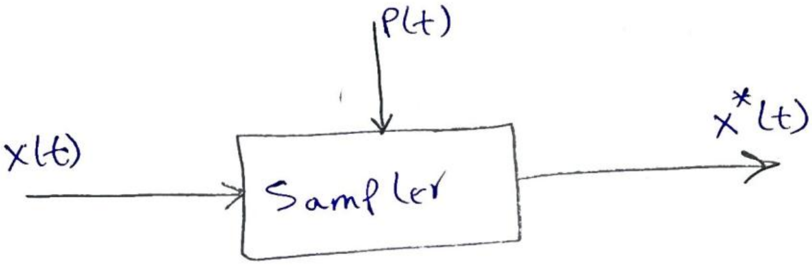





sampled signal




Sample

ـــ بنعتبر ال (Sampler) ـــ (amplitude modulation)

ـــ هو (switch) بيطلع (discretesignal)

$$x^*(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} \delta(t-Kt)\, x(KT)$$

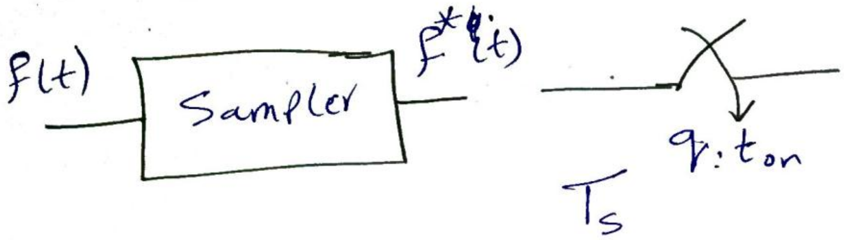
$$\mathcal{L}[x^*(t)] = \sum_{K=0}^{\infty} x(KT)\, e^{-SKT}$$

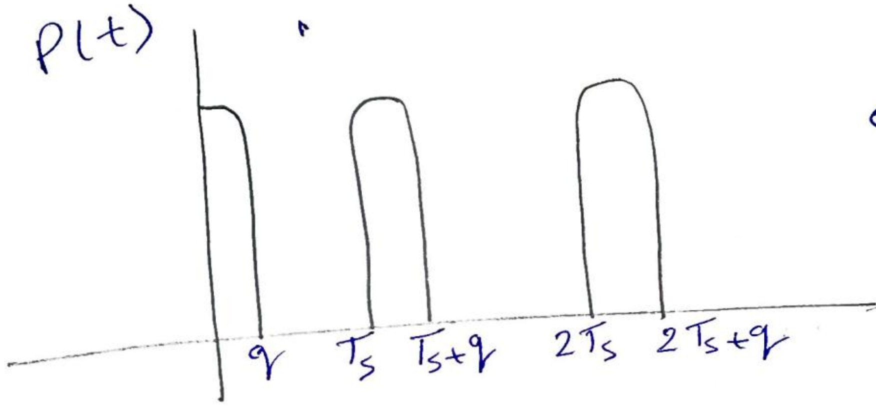
$Z = e^{sT}$ Advance operator

$Z^{-1}$: Delay operator

$$Z[x^*(t)] = \mathcal{L}[x^*(t)]\Big|_{Z=e^{sT}}$$

Definition of Z.transform ← راجع



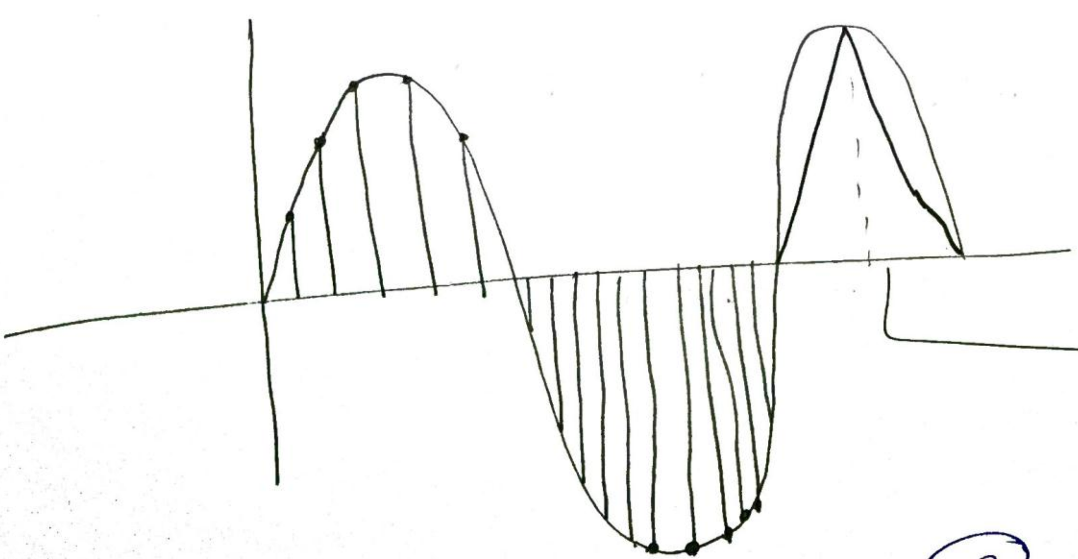

$q \ll T_s$

q ← الفترة الزمنية اللي بيقعد فيها ال switch ← مفتوح

$$f^*(t) = p(t)\, f(t)$$

→ effect of sampling frequency

$$f_s = \frac{1}{T_s} \;??$$



ده الفرق ←

هيغير شكل ال (sign)

ـــ الرسمة السابقة للتوضيح ،

$$p(t) = \sum_{K=0}^{\infty} u(t-KT) - U(t-(KT+q))$$

Fourier series

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(jn\omega_s t)$$

Frequency Analysis

$$x^*(t) : \text{a periodic}$$

Fourier

$$F(x^*(t)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*(t) \exp(-jn\omega_s)$$

$$= F(x(t) \cdot p(t))$$

$$= F\left(x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(jn\omega_s t)\right)$$

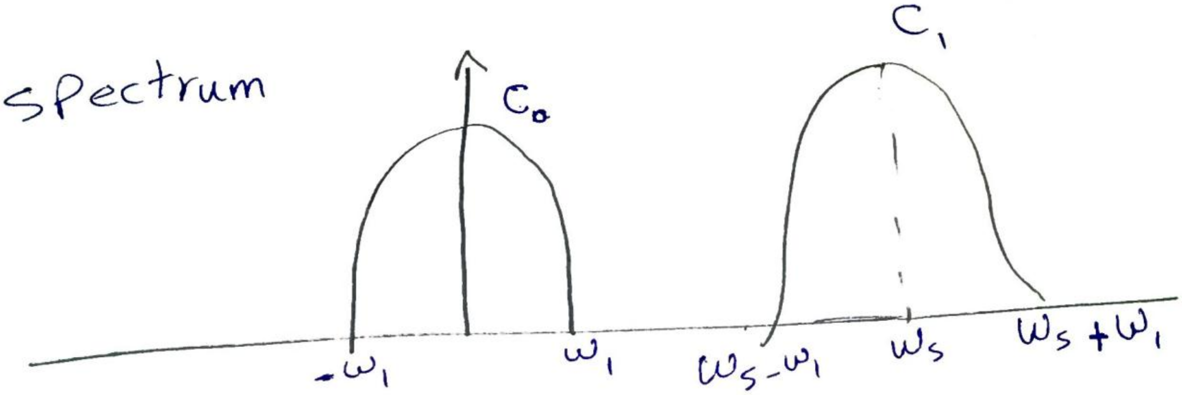
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n F(x(t) \cdot \exp(jn\omega_s t))$$

## From F.T Properties

$$x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(j\omega)$$

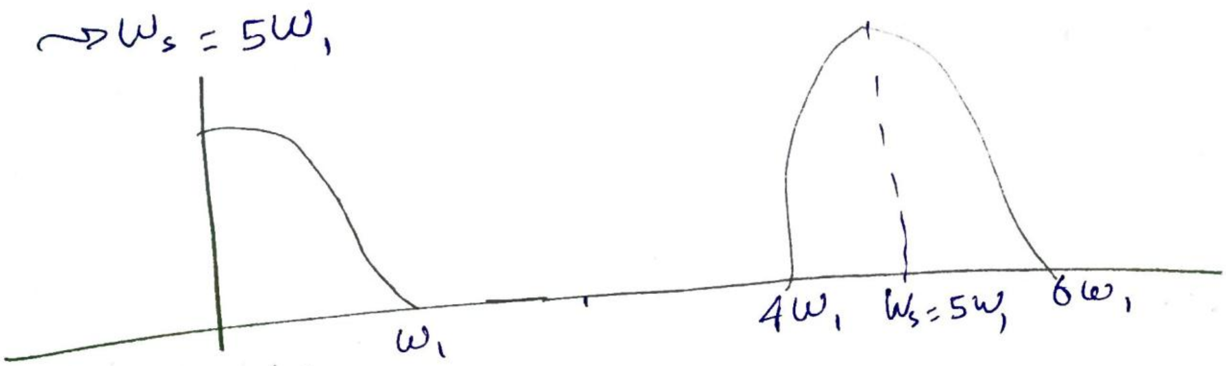
$$e^{jn\omega t}\, x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(j\omega - jn\omega_s)$$

Spectrum

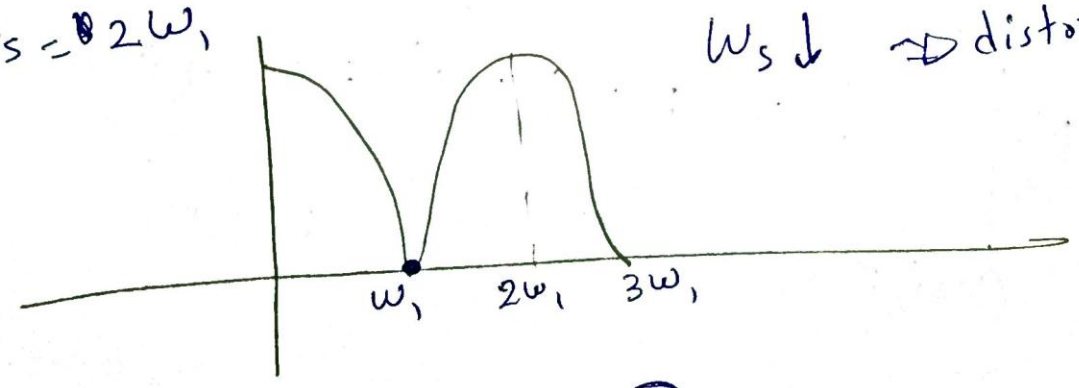



ـه بتتكرر بس ب (Amplitude) مختلف .

$\Rightarrow \omega_s = 5\omega_1$

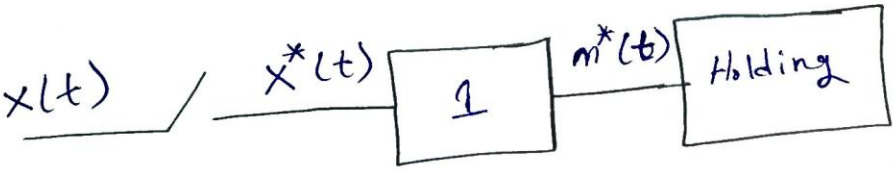


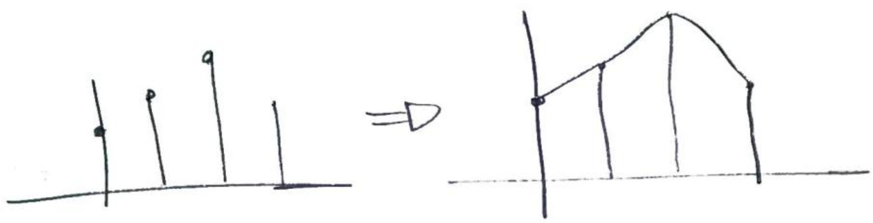

$\omega_s = 2\omega_1$ $\qquad \omega_s \downarrow \Rightarrow$ distortion $\uparrow$



ـــ مينفعش إن ال (sampling frequency) تقل عن ضعف (Fundemental frequency).

## Holding



← التوصيل ما بين النقط دي هو دور ال (Holding)

← إزاي أوصل ما بينهم ده نوع ال (Holding)

ZOH : step function (function with slope = 0)

← هو أكثرهم إستخداماً لكنه ليس الأكثر كفاءة

1st Hold : Line segment

فكرة ال (Holding) قادمة من ⟸ Taylor expansion

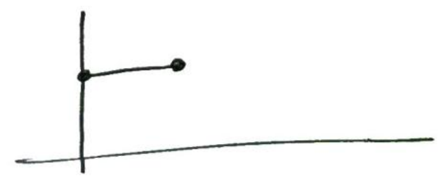
$$x^*(t)\Big|_{KT\to(K+1)T} = x(KT) + x'(KT)(t-KT) + \frac{x''(KT)}{2!}(t-KT)^2 \cdots$$

ـ في آخر معادله لو اعتبرت

$$x^*(t) = X(KT) \Longrightarrow Z.O.H$$

بمعنى إنك اعتبرت الـ القيم فيما عدا ذلك صفر أدى
يكون (Z.O.H)

$$\delta(t) \longrightarrow \boxed{Z.O.H} \longrightarrow U(t) - U(t-KT)$$



$$G_{Z.O.H}(s) = \frac{O/P(s)}{I/P(s)} = \frac{\frac{1}{s} - e^{st}\frac{1}{s}}{1}$$

$$= \boxed{\frac{1-e^{st}}{s}}$$

ـ لو عندي (Cont. system) وعايز أعمله (discretization)
↓
to digital

بضربه في $\dfrac{1-e^{st}}{s}$.